Индивидуальные задания

Вариант 1

Задача 1.1. В вещевой лотерее разыгрывается 8 предметов. Первый, подошедший к урне вынимает из нее 5 билетов. Каким числом способов он может их вынуть, чтобы:

- ровно два из них оказались выигрышными;
- по крайней мере два из них оказались выигрышными.

В урне всего 50 билетов.

Задача 1.2. При наличии трех патронов производится стрельба по цели до первого попадания. Описать пространство элементарных событий и следующие события:

- попадание при третьем выстреле:
- попадание при первом или третьем выстреле.

Задача 1.3. В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся

- все женщины:
- все мужчины.

Задача 1.4. Приемник и передатчик выходят в эфир в течение часа в любой момент времени и дежурят по15 минут. Какова вероятность приема информации?

Задача 1.5. Вычислительный центр, который должен производить непрерывную обработку поступающей информации, располагает тремя вычислительными устройствами. Каждое из этих устройств имеет вероятность отказа за некоторое время, равную 0.2. Найти вероятность того, что откажет только одно устройство.

Задача 1.6. Среднее число вызовов, поступающих на станцию скорой помощи за одну минуту, равно двум. Найти вероятность того, что за 4 минуты поступит:

- пять вызовов;
- менее пяти вызовов;
- не менее пяти вызовов;
- хотя бы один вызов.

Задача 1.7. Положение курса корабля при прохождении пролива равновозможно по ширине пролива, которая равна 3 км. Вероятность подрыва на мине в левой части пролива шириной 1 км. равна 0.8, а в остальной части — 0.4. Корабль прошел пролив. Какова вероятность того, что он проходил через левую часть пролива?

Задача 1.8. Орудие, имея 3 снаряда, ведет стрельбу по цели до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле 0.2. Составить ряд распределения случайной величины X — числа израсходованных снарядов. Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Задача 1.9. Случайная величина задана дифференциальной функцией распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ A \cdot \sin(x), & 0 \leqslant x \leqslant \pi \\ 0, & x > \pi \end{cases}$$

Найти A, функцию распределения $F(x)$ и $P(0 < x < \pi)$.

Задача 1.10. В результате испытаний двух приборов A и B установлены вероятности P наблюдения помех, оцениваемые по четырехбальной системе уровней помех U:

P \ U	0	1	2	3
Прибор A	0.7	0.2	0.06	0.04
Прибор B	0.8	0.06	0.04	0.1

По этим данным надо выбрать лучший прибор, если лучшим считается тот, который в среднем имеет меньший уровень помех.

Задача 1.11. Учебник издали тиражом 900 000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно равна 0.00001. Найти вероятность того, что тираж содержит

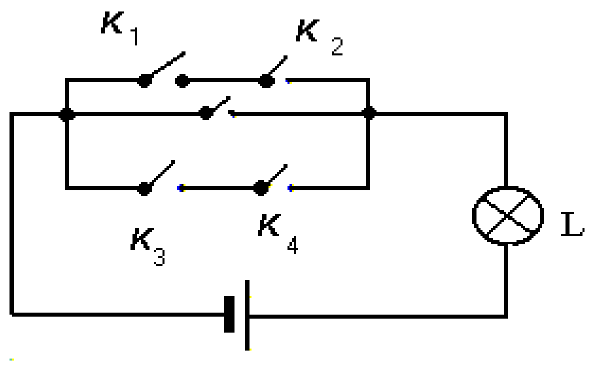
- пять бракованных книг;
- хотя бы одну бракованную книгу.

Вариант 2

Задача 2.1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} C_x^{x-y} = C_x^{y+2} \\ C_x^2 = 153 \end{cases}$$

Задача 2.2. Составлена электрическая схема:



События A_i: {i- й контакт замкнут}. Записать событие C: {Цепь замкнута, лампа L горит.}

Задача 2.3. Из колоды в 52 карты наугад выбираются 4. Найти вероятность того, что среди них окажется

- один туз;
- все тузы.

Задача 2.4. В неизвестном месте канала шириной 300 м находится мина. Какова вероятность того, что:

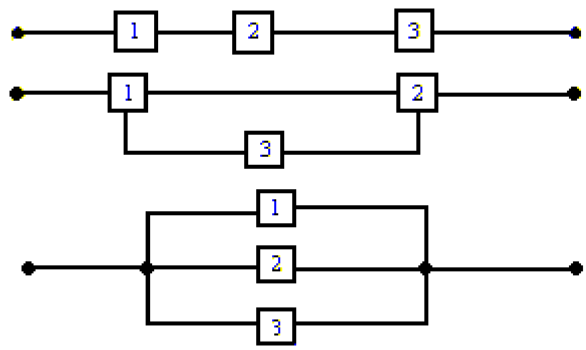
- из идущих по каналу строем фронта трех судов ни одно не подорвется на мине;
- подорвется второе судно при следовании судов друг за другом.

Ширина первого судна 30 м, второго судна 20 м, третьего — 10м.

Задача 2.5. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0.7. После первого попадания стрельба прекращается. Найти вероятность того, что будет произведено 4 выстрела.

Задача 2.6. Стрелок попадает в цель с вероятностью 0.7. Для получения зачета по стрельбе необходимо попасть в цель не менее 3 раз из 5 выстрелов. Найти вероятность сдачи стрелком зачета по стрельбе.

Задача 2.7. Имеются три схемы с ненадежными элементами:



Вероятность прохождения тока через каждый элемент равна 1/2. Найти вероятность того, что наудачу выбранная схема проводит ток.

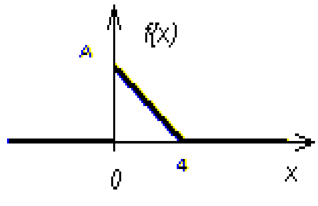
Задача 2.8. Мишень состоит из круга №1 и двух колец с номерами №2, №3. Попадание в круг №1 дает 10 очков, в кольца №2, 3— соответственно 5 и (-1) очко. Вероятности попадания в круг и кольца равны соответственно 0.5 , 0.3 и 0.2. Найти закон распределения для случайной величины X— суммы выбитых очков в результате трех попаданий.

Задача 2.9. Зная функцию распределения случайной величины X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x - \frac{1}{4} \cdot x^2, & 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases},$$

найти дифференциальную функцию $f(x)$ и построить ее график.
Определить $P\,(0 \leqslant x \leqslant 1)$.

Задача 2.10. Случайная величина X распределена по закону, график которой имеет вид, изображенный на рисунке:



Найти A, функцию плотности $f(x)$, математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение.

Задача 2.11. Найти параметр С, математическое ожидание и дисперсию показательного распределения, заданного плотностью распределения

$$f(x) = C \cdot e^{-5x}(x \geq 0).$$

Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина X попадет в интервал $(0.1; 0.2)$.

Вариант 3

Задача 3.1. Решить уравнение

$$12 \cdot C_{x+3}^{x-1} = 55 \cdot A_{x+1}^{2}$$

Задача 3.2. Брошены две игральные кости. Описать пространство элементарных событий и события:

- модуль разности выпавших очков равен двум;
- сумма выпавших очков равна 7;
- число очков на одной грани в 2 раза больше, чем на другой.

Задача 3.3. На стеллаж случайным образом расставлены 15 книг, причем 6 из них в переплете. Определить вероятность того, что из трех взятых наугад книг хотя бы одна будет в переплете.

Задача 3.4. На отрезке AB длиной l наудачу поставлены 2 точки L и M. Найти вероятность того, что точка L будет ближе к точке M, чем к точке A.

Задача 3.5. Автомат производит некоторые изделия и наполняет ими ящики. Известно, что в среднем 1 ящик из 100 содержит по крайней мере одно нестандартное изделие. Наличие нестандартных изделий в одном ящике не связано с наличием нестандартных изделий в другом. Найти вероятность того, что в любом из четырех ящиков окажутся только стандартные изделия.

Задача 3.6. Вероятность того, что деталь нестандартная, равна 0.1. Сколько деталей нужно отобрать, чтобы с вероятностью 0.9544 можно было утверждать, что относительная частота появления нестандартных деталей отклоняется от вероятности $p = 0.1$ по абсолютной величине не более, чем на 0,03.

Задача 3.7. Имеются 2 партии изделий по 12 и 10 штук, причем в каждой партии одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую, после чего выбирается наудачу изделие из второй партии. Определить вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии.

Задача 3.8. Случайная величина X имеет следующую функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant -2 \\ 0.2, & -2 < x \leqslant 0 \\ 0.6, & 0 < x \leqslant 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}.$$

Построить её. Составить таблицу распределения. Найти $P(-1 \leqslant x \leqslant 1)$.

Задача 3.9. Дана плотность распределения независимой случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < \pi/6 \\ A \cdot \sin(3 \cdot x), & \pi/6 \le x \le \pi/3 \\ 0, & x > \pi/3 \end{cases}$$

Найти:

- параметр A;
- функцию распределения $F(x)$;
- Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

Задача 3.10. Случайная величина X задана своей плотностью $f(x) = 1 - \frac{x}{2}$ на интервале $(0, 2)$, вне этого интервала она равна нулю. Найти дисперсию функции $Y = x^2$ не находя предварительно плотности Y.

Задача 3.11. Вероятность прибытия поезда без опоздания равна 0,9. Найти вероятность того, что среди 5 прибывающих поездов:

- опаздывающих меньше двух;
- хотя бы один поезд опоздает.

Вариант 4

Задача 4.1. Решить уравнение $30 \cdot A_{x-2}^{4} = A_{x}^{5}$.

Задача 4.2. Доказать, что $\bar{A}B + A\bar{B} + \bar{A}\bar{B} = \overline{AB}$.

Задача 4.3. На 10 карточках написаны цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Две карточки вынимаются и укладываются в порядке появления. Найти вероятность того, что получившееся двузначное число — нечетное.

Задача 4.4. Авиационная бомба, сброшенная с самолета на узел связи площадью 2 км^2, может упасть в любую точку с равной вероятностью. На данном узле связи группа командно — штабных машин размещена на площади 0.8 км^2, а группа обеспечения — на площади 0.6 км^2. Найти вероятность того, что в результате бомбардировки связь будет нарушена.

Задача 4.5. Три орудия независимо друг от друга произвели залп по одной цели. Вероятность попадания первым орудием равна 0.6, вторым — 0.7, третьим — 0.8. Найти вероятность разрушения цели, если для этого достаточно хотя бы одного попадания.

Задача 4.6. Вероятность возникновения опасной для прибора перегрузки в каждом испытании равна 0.4. Найти:

- число опытов n, при котором наиболее вероятное число отказов прибора равно 4.
- вероятность наиболее вероятного числа отказов прибора.

Задача 4.7. Деталь, изготовленная на заводе, попадает на проверку к одному из двух контролеров. К первому контролеру попадает 60% всех деталей. Из них 94% первый контролер признал стандартными. Второй контролер признал стандартными 98% деталей. Найти вероятность того, что взятая наугад, оказавшаяся стандартной, деталь — и проверена первым контролером.

Задача 4.8. Проводятся последовательные испытания пяти приборов. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Построить ряд распределения случайной величины — числа испытанных приборов, если вероятность выдержать испытание для каждого из них равна 0.9.

Задача 4.9. Задана плотность распределения СВ:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ c \cdot (x^3 + 1), & 0 \leqslant x \leqslant 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

Найти коэффициент c и $F(x)$. Построить графики для $f(x)$ и $F(x)$.

Задача 4.10. Даны законы распределения независимых случайных величин X и Y:

X	-2	-1	0
p	0.3	0.2	0.5
Y	0	1	2
p	0.4	0.5	0.1

Найти математические ожидания для функций: $X^2 + Y^2$ и 2X-3Y.

Задача 4.11. Ведется стрельба из точки вдоль прямой. Предполагается, что дальность полета снаряда — случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами: $a = 1200M$, $\sigma = 100M$. Найти, какой процент выпущенных снарядов дает перелет от 80 до 100 метров за отметку 1200 метров.

Вариант 5

5

Задача 5.1. Учебный курс охватывает 10 разделов теории вероятностей и 8 разделов других дисциплин. Экзаменационный билет состоит из 5 вопросов: три по теории вероятностей и два — по другим дисциплинам. Сколькими способами можно составить экзаменационные билеты?

Задача 5.2. Абонент забыл последнюю цифру номера и поэтому набирает ее наудачу. Описать событие:{абоненту придется звонить не более, чем в 4 места}.

Задача 5.3. В магазине имеется 14 телевизоров. Из них 10 — импортных. Найти вероятность того, что среди 6 наудачу взятых телевизоров:

- 4 импортных;
- все телевизоры импортные.

Задача 5.4. Два приятеля договорились встретиться в условленном месте в промежутке от 6 до 7 часов. Каждый приходит на место встречи в любой момент времени и ждет другого ровно 10 минут. Какова вероятность того, что приятели встретятся?

Задача 5.5. Из колоды из 52 карты берут наугад 2 карты. Найти вероятность того, что это будут карты одной масти.

Задача 5.6. 20% изготавливаемых на заводе кинескопов не выдерживают гарантийный срок службы. Найти вероятность того, что из партии в 600 кинескопов количество не выдержавших срок службы будет находится между 100 и 125.

Задача 5.7. Две из 4 независимо работающих ламп отказали. Найти вероятность того, что отказали 1 и 2-я лампы. Вероятности отказа ламп равны соответственно 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 .

Задача 5.8. При сборке прибора для более точной подгонки основной детали может потребоваться 1, 2 или 3 пробы с вероятностями 0.07, 0.21, 0.55 соответственно. Составить ряд распределения случайной величины X — числа подгонок. Найти функцию распределения F(x) и построить ее график.

Задача 5.9. Случайная величина X задана своей плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - ax^2, & x \in [-1, 1] \\ 0, & x \notin [-1, 1] \end{cases}$$

Найти: параметр a, функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Задача 5.10. Имеется 10 радиоламп, среди которых 3 неисправные. Случайно отбирается 4 лампы. Найти математическое ожидание случайной величины X — числа неисправных ламп среди отобранных.

Задача 5.11. Телефонная станция обслуживает 1000 абонентов. Вероятность любому абоненту позвонить на коммутатор в течение часа равна 0.001. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят:

- 4 абонента;
- более 4-х абонентов.

Вариант 6

Задача 6.1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{A_{5x}^{y-3}}{A_{5x}^{y-2}} = \frac{1}{7}, \\ \frac{C_{5x}^{y-2}}{C_{5x}^{y-3}} = \frac{7}{4} \end{cases}$$

Задача 6.2. Три орудия ведут огонь по цели. Каждое орудие стреляет один раз. Для поражения цели достаточно двух попаданий.
Описать событие: {Цель поражена}.

Задача 6.3. Число дополнительных вопросов, задаваемых на экзамене равно 25. Из них 10 – по теории вероятностей, а остальные — по другим разделам математики. Студенту задано 3 вопроса. Найти вероятность того, что

- два из них по теории вероятностей;
- три вопроса по теории вероятностей.

Задача 6.4. Два парохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время прихода пароходов независимо и равновозможно в течение данных суток. Найти вероятность того, что одному из пароходов придется ожидать освобождение причала, если время стоянки первого парохода — 1 час, а второго — 2 часа.

Задача 6.5. По результатам многолетних наблюдений установлено, что в сентябре бывает в среднем 14 солнечных дней. Найти вероятность того, что первого и второго сентября будет одинаковая погода.

Задача 6.6. Коммутатор обслуживает 100 абонентов. Вероятность того, что в течение одной минуты абонент позвонит на коммутатор равна 0.01. Найти вероятность того, что в течение одной минуты позвонят

- ровно 3 абонента;
- менее трех абонентов;
- более трех абонентов;
- хотя бы один абонент.

Задача 6.7. Доля грузовых машин, проезжающих мимо бензоколонки составляет $3/2$. Вероятность того, что грузовая машина будет заправляться равна 0.1, а легковая — 0.2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

Задача 6.8. Производится три удара в футбольные ворота. Вероятность попадания в ворота $p = 0.7$. Случайная величина X — число промахов. Найти ряд распределения и функцию распределения X. Построить их графики.

Задача 6.9. Являются ли плотностями вероятностей некоторых случайных величин следующие функции:

$$f_1(x) = \begin{cases} -1 & -0.5 \leqslant x \leqslant 0.5 \\ 0, & x < -0.5;\ x > 0.5 \end{cases}, \quad f_2(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \Re$$

Построить их графики и найти соответствующие им функции распределения.

Задача 6.10. Дискретная случайная величина имеет следующее распределение:

Найти $M[y]$, $D[y]$, если $y = 2^x$.

Задача 6.11. Случайная величина имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 4$. Найти вероятность события $\{1 < X < 1.5\}$.

Вариант 7

Задача 7.1. Сколько различных диагоналей можно провести в выпуклом 10-ти угольнике?

Задача 7.2. Фирма получает сырье от трех поставщиков. Возможны сбои в поставках. Рассматриваются события A_i — своевременная поставка сырья i-тым поставщиком. Описать пространство элементарных событий и события:

- получено сырье от второго и третьего поставщиков;
- получено сырье от второго или третьего поставщиков;
- получено сырье только от второго или третьего поставщиков.

Задача 7.3. В конверте среди 100 фотографий находится одна разыскиваемая. Из конверта наудачу извлекают 19 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется искомая.

Задача 7.4. Наудачу взяты два положительных числа x и y, каждое из которых не превышает двух. Найти вероятность того, что их произведение {xy} будет не больше единицы, а частное от деления {y / x} — не больше двух.

Задача 7.5. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и набирает ее наудачу. Найти вероятность того, что ему придется звонить не более чем в 4 места.

Задача 7.6. На какое отклонение частоты события от его вероятности следует рассчитывать (с вероятностью около 0.9) при 3600 опытах, если вероятность появления события рана 1/5?

Задача 7.7. Последовательно произведено два выстрела по цели. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0.2, при втором — 0.6. Вероятность разрушения цели при одном попадании равна 0.3; при двух — 0.9. Найти вероятность того, что

- цель будет разрушена;
- цель разрушена двумя попаданиями.

Задача 7.8. Дан закон распределения действительной случайной величины:

x	1	2	3	4	5
p	$1.5 \cdot a^2$	a^2	a	a	0.5

Найти:

- a;
- $P\{X \geqslant 3\}$;
- $P\{X < 4\}$
- наибольшее число K, удовлетворяющее условию: $P\{X \geqslant K\} > 0.75$;
- функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Ответ: $a = 0.2; P\{X \geqslant 3\} = 0.9; P\{X < 4\} = 0.3; K = 3.$

Задача 7.9. Даны две функции

$$F_1(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant \pi/6 \\ \cos(3x), & \pi/6 < x \leq \pi/3 \\ 1, & x > \pi/3 \end{cases},$$

$$F_1(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant \pi/3 \\ -\sin(3x), & \pi/3 < x \leqslant \pi/2, \\ 1, & x > \pi/2 \end{cases}$$

Какие из них могут быть функциями распределения некоторой случайной величины X? Ответ обосновать.

Задача 7.10. Дана плотность вероятности случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 1 \\ A \cdot x, & 1 < x < 3 \\ 0, & x \geqslant 3 \end{cases}$$

Найти: A, дисперсию функции $Y = e^x$, не находя предварительно функцию Y.

Задача 7.11. Электрические лампочки производятся на автоматической линии. В среднем одна из тысячи оказывается бракованной. Найти вероятность того, что из 8 взятых наугад лампочек будет 25 процентов бракованных.

Вариант 8

Задача 8.1. Имеется 8 пар перчаток различных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на левую руку и одну на правую руку так, чтобы эти перчатки были разных размеров?

Задача 8.2. Упростить выражение:

$$C = (A+B)\left(A+\bar{B}\right)\left(\bar{A}+B\right)$$

Задача 8.3. Какова вероятность получить главный выигрыш в игре «Спортлото — 6 из 48»?

Задача 8.4. Два студента условились встретиться в определенном месте между 14 и 15 часами. Пришедший первым ждет второго в течение 5 минут и уходит. Найти вероятность встречи, если момент прихода каждого студента независим и равно возможен в указанном промежутке времени.

Задача 8.5. Кодовая комбинация состоит из 10 импульсов трех форм: A,B,C, причем в каждой кодовой комбинации 3 импульса имеют форму A, 2 импульса имеют форму B, 5 импульсов имеют форму C. Найти вероятность прихода первых трех импульсов в последовательности ABC.

Задача 8.6. Известно, что 5 процентов студентов носят очки. Какова вероятность того, что из 200 сидящих в аудитории студентов не менее 10 процентов носят очки?

Задача 8.7. В канцелярии работают 4 секретарши, которые отправляют соответственно 40, 10, 30, 20 процентов исходящих бумаг. Вероятности неверной адресации бумаг секретаршами равны соответственно 0.01, 0.04, 0.06, 0.01. Найти вероятность того, что документ, неверно адресованный, отправлен третьей секретаршей.

Задача 8.8. Испытываются 4 лампочки, каждая из которых с вероятностью 0.1 имеет дефект. Испытания проводят до появления первой исправной лампы. Случайная величина X — число проверенных ламп. Найти функцию распределения F(X) и построить ее график.

Задача 8.9. Даны две функции

$$F_1(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ e^x, & -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 1, & x > 0 \end{cases} \qquad F_2(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \ln x, & \leqslant x \leqslant e \\ 1, & x > e \end{cases}$$

Какие из них могут быть функциями распределения некоторой случайной величины X. Ответ обосновать.

Задача 8.10. Дана плотность распределения случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant -3 \\ \frac{A}{\sqrt{9-x^2}}, & -3 < x < 3 \\ 0, & x \geqslant 3 \end{cases}$$

Найти A, математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение.

Задача 8.11. Известно, что детали, выпускаемые цехом, по размеру диаметра имеют нормальное распределение с параметрами $M[x] = 5, D[x] = 0.85$. Найти вероятность того, что диаметр взятой наугад детали имеет размеры от 4 до 7 см.

Вариант 9

Задача 9.1. В чемпионате по футболу участвует 18 команд, причем каждые 2 команды встречаются дважды.

Сколько сыграно матчей?

Задача 9.2. Упростить выражение

$$C = \left(\bar{A} + \bar{B}\right)\left(A + \bar{B}\right)\left(\bar{A} + B\right)$$

Задача 9.3. Некто забыл номер нужного ему телефона. Помня только, что все 5 цифр номера различные, набрал номер наудачу.

Найти вероятность того, что номер набран правильно.

Задача 9.4. На отрезке длиной L наудачу выбраны две точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними будет не меньше $L/4$?

Задача 9.5. В коробке 6 одинаковых пронумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера кубиков появятся в возрастающем порядке.

Задача 9.6. Завод отправил на базу 500 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0.002. Найти вероятность того, что в пути будет повреждено изделий

- ровно 3;
- менее 3;
- более 3;
- хотя бы одно.

Задача 9.7. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическими прицелами. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом равна 0.95; для винтовки без оптического прицела — 0.8. Стрелок поразил цель из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?

Задача 9.8. В сборной команде института по стрельбе 18 человек. Из них 8 перворазрядников. Наудачу выбирают трех членов сборной. Найти закон распределения числа перворазрядников среди выбранных, функцию распределения $F(x)$, построить ее график и найти $P(0 < x < 3)$.

Задача 9.9. Случайная величина задана плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -kx^2 + \frac{1}{3}, & 0 \leqslant x \leqslant 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

Найти k, $F(x)$, $P\,(2 \leqslant x \leqslant 5)$, построить график $f(x)$.

Задача 9.10. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 1 \\ \frac{1}{8}(x^2 - 1), & 1 < x < 3 \\ 1, & x \geqslant 3 \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$, $M[\mathrm{e}^x]$, $M[x]$.

Задача 9.11. Случайная величина X — ошибка отсчета по приборам стрелочного типа - – распределена равномерно в промежутке $[1, 1]$, где за единицу измерения принята цена самого малого деления шкалы. Найти плотность распределения $f(x)$, математическое ожидание, дисперсию и $P\left\{-0.5 \leqslant x \leqslant 0.5\right\}$.

Вариант 10

Задача 10.1. Решить уравнение

$$\frac{1}{C_4^x} - \frac{1}{C_5^x} = \frac{1}{C_6^x}$$

.

Задача 10.2. По радиоканалу передано 3 сообщения. События A_i — i-е сообщение искажено помехами. Описать события:

- не более двух сообщений искажено;
- по крайней мере два сообщения искажено;
- искажено первое и второе сообщения.

Задача 10.3. В группе из 25 студентов, среди которых 10 девушек, разыгрываются 5 билетов. Найти вероятность того, что среди обладателей билетов окажется

- две девушки;
- не более двух девушек.

Задача 10.4. На плоскости проведены параллельные прямые на расстоянии 8 см друг от друга. Найти вероятность того, что наудачу брошенный на эту плоскость круг радиуса 3 см не будут накрывать ни одну линию.

Задача 10.5. Вероятность безотказной работы в течение смены блока управления составляет 0.85. Для повышения надежности системы устанавливается такой же резервный блок. Найти вероятность безотказной работы системы с учетом резервного блока.

Задача 10.6. По данным ОТК радиозавода 0.8 всего объема выпускаемых транзисторов не имеют дефектов. Найти вероятность того, что среди взятых наугад 400 транзисторов дефекты будут иметь

- 80 штук;
- не менее 70 и не более 80 штук.

Задача 10.7. Для сигнализации о нарушении режима работы автоматической линии используют индикаторы, принадлежащие с вероятностями 0.2;0.3;0.5 к одному из трех типов, для которых вероятности срабатывания при нарушении режимов равны соответственно 1; 0.75; 0.4. От индикаторов поступил сигнал. К какому типу вероятнее всего принадлежит сработавший индикатор?

Задача 10.8. Два баскетболиста поочередно бросают мяч в корзину до тех пор, пока один из них не попадет. Построить ряд распределения числа бросков, производимых каждым баскетболистом, если вероятность попадания для первого равна 0.4, а для второго — 0.6.

Задача 10.9. Случайная величина подчиняется распределению арксинуса с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geqslant a \\ \frac{1}{\pi\sqrt{a^2-x^2}}, & |x| < a \end{cases}.$$

Найти функцию распределения $F(x)$.

Задача 10.10. Известна функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ ax^2, & 0 \leqslant x \leqslant 4/5 \\ 1, & x > 4/5 \end{cases}$$

Найти a, математическое ожидание и дисперсию.

Задача 10.11. Автомат изготавливает шарики. Отклонение диаметра шарика от проектного размера имеет нормальное распределение. Фактически отклонение не превышает по абсолютной величине 0.9 мм. Найти вероятность того, что отклонение диаметра наудачу взятого шарика меньше 0.7 мм.

Вариант 11

Задача 11.1. Решить неравенство

$$C_{10}^{x-1} > C_{10}^{x}.$$

Задача 11.2. Студент разыскивает нужную ему книгу. Он может воспользоваться услугами трех библиотек. Описать пространство элементарных событий и события:

- студент посетил три библиотеки;
- книги в библиотеках нет;
- студент посетил две библиотеки.

Задача 11.3. На красных карточках написаны буквы: «аа-едкнт»; на белых карточках — буквы «еennижр».

Что вероятнее: сложить с первого раза слово из красных «деканат» или из белых — «инженер»?

Задача 11.4. Найти вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел не превзойдет единицы, а их произведение будет не больше $3/16$, если каждое из этих чисел не больше единицы.

Задача 11.5. Студент разыскивает нужную ему книгу и может воспользоваться услугами трех библиотек. Вероятность того, что книга есть первой библиотеке равна 0.7; во второй- 0.9; в третьей - 0.6. Найти вероятность того, что студенту придется посетить все библиотеки.

Задача 11.6. Сделано 10 000 подбрасываний монеты. Найти вероятность того, что цифра выпадет не менее 4000 и не более 6000 раз.

Задача 11.7. Из 10 спортсменов 6 первого разряда, 4 — второго. Вероятность выполнить зачетную норму перворазрядником составляет 0.9, а второразрядником - – 0.7. Найти вероятность того, что случайно взятые два спортсмена выполнят зачетную норму.

Задача 11.8. Случайная величина X — число попаданий в корзину при двух бросках. Вероятность попадания при одном броске равна 0.4. Найти функцию распределения F(x) и построить ее график. Составить ряд распределения случайной величины X.

Задача 11.9. Задана плотность распределения случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot (x^2 - 2x), & x \in [0,1] \\ 0, & x \notin [0,1] \end{cases}$$

Найти параметр c, функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Задача 11.10. Случайная величина X в интервале (0,1) задана плотностью распределения $f(x) = 4/5(x^3 + 1)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти математическое ожидание функции $y = x^2$. Что вероятнее: в результате испытания окажется $\{X < 1/2\}$ или $\{X > 1/2\}$?

Задача 11.11. Случайная величина X— отклонение емкости конденсатора от номинала - – распределена равномерно на отрезке [-50, 50].

Найти плотность распределения и функцию распределения, найти математическое ожидание и дисперсию, $P\{10 < X < 30\}$.

Вариант 12

Задача 12.1. Решить уравнение

$$\frac{A_x^4 P_{x-4}}{P_{x-2}} = 42.$$

Задача 12.2. Дано соотношение $C = (A_1A_2 + A_3A_4 + A_5A_6)$ События A_i – i- й контакт замкнут, C— цепь замкнута. Составить эквивалентную электрическую схему.

Задача 12.3. Среди кандидатов в сборную университета по волейболу 3 первокурсника, 5 второкурсников и 7 третьекурсников. Из этого состава наудачу выбирают 5 человек. Какова вероятность того, что в состав команды будут выбраны

- один первокурсник,
- два второкурсника и два третьекурсника.

Задача 12.4. Интервал движения автобуса - 7 минут. Описать пространство элементарных событий и случайное событие А — пассажир ждет автобус не менее 1 минуты и не более 4 минут. Определить Р(А).

Задача 12.5. В секретном замке на одной оси 4 диска, каждый из которых разделен на 5 секторов, на которых записаны различные цифры. Найти вероятность того, что при произвольной установке дисков получится нужная комбинация.

Задача 12.6. Отдел технического контроля проверяет 475 изделий. Вероятность того, что изделие бракованное, равно 0.05. Найти с вероятностью 0.9426 границы, в которых будет заключено число бракованных изделий.

Задача 12.7. Проверяется партия изделий, среди которых 10 процентов дефектных. Контролер с вероятностью 0.95 обнаруживает дефект, если он есть, и с вероятностью 0.02 может признать исправную деталь дефектной. Найти вероятность того, что случайно взятое изделие будет признано дефектным.

Задача 12.8. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле равна 0.8. Стрельба ведется до первого промаха. Составить закон распределения числа выстрелов. Найти наиболее вероятное число выстрелов.

Задача 12.9. Дана функция распределения случайной величины:

$$F(x) = a + b \cdot arctg\left(\frac{x}{2}\right), \qquad (-\infty < x < +\infty)$$

Определить:

- постоянные a и b;
- плотность распределения;
- $P(\alpha \leqslant x \leqslant \beta)$.

Задача 12.10. Случайная величина задана плотностью распределения $f(x) = -(3/4)x^2 + (9/2)x - 6$ на интервале (2,4); вне интервала $f(x) = 0$.
Найти дисперсию функции $Y = X^2$.

Задача 12.11. Две электрические лампочки включены последовательно. Время работы каждой лампы имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0.004$ час$^{-1}$. Найти вероятность того, что в течение 100 часов лампы будут гореть.

Вариант 13

Задача 13.1. Решить уравнение:

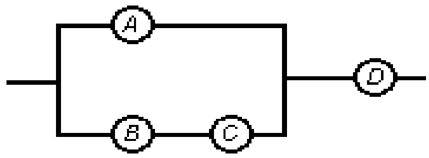
$$A_x^3 = \frac{A_x^4}{20}$$

Задача 13.2. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания, после чего стрельбу прекращают. Описать событие: {СДЕЛАНО НЕ БОЛЕЕ ТРЕХ ВЫСТРЕЛОВ}.

Задача 13.3. На семи карточках написаны буквы:«а, а, н, н, н, т, е». После тщательного перемешивания 7 раз наугад вынимают по одной карточке с последующим их возвращением. Каждая буква на карточке записывается. Найти вероятность того, что в результате будет записано слово «антенна».

Задача 13.4. Наудачу взяты два положительных числа x и y, каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что их сумма не превышает единицы, а произведение — не меньше 0.09.

Задача 13.5. Цепь состоит из независимых блоков, соединенных в систему



Надежность блоков равна соответственно 0.2, 0.1, 0.3, 0.1. Какова надежность системы?

Задача 13.6. Что вероятнее: выиграть у равносильного противника

- три партии из четырех или пять партий из восьми;
- не менее трех партий из четырех или не менее пяти партий из восьми.

Ничьи не считать.

Ответ: 1: 3 из 4-х; 2: не менее 5 из 8.

Задача 13.7. Имеется 3 крупных, 4 мелких и 13 средних целей. Вероятность попадания в любую из них их орудия соответственно равна 0.7, 0.1, 0.4. Произошло попадание. Определить вероятность того, что поражена средняя цель.

Задача 13.8. Независимые опыты повторяются до первого положительного исхода с вероятностью 0.5. Найти для случайного числа проведенных опытов

- ряд распределения;
- наиболее вероятное число опытов;
- найти функцию распределения и построить ее график.

Задача 13.9. Случайная величина имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leqslant x < 2 \\ x - \frac{7}{4}, & 2 \leqslant x < \frac{11}{4} \\ 1, & x \geqslant \frac{11}{4} \end{cases}$$

Найти:

- плотность распределения;
- $P(1 \leqslant X \leqslant 5)$.
- построить графики функции $F(x)$ и плотности распределения.

Задача 13.10. Случайная величина задана плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ A\sin(x), & 0 \leqslant x < \pi \\ 0, & x \geqslant \pi \end{cases}$$

Найти A, математическое ожидание и дисперсию.

Задача 13.11. На испытательный стенд поставлено 9 конденсаторов. Вероятность пробоя конденсатора до истечения 1000 часов равна 0.01. Найти вероятность того, что в течение испытаний откажут

- ровно 5 конденсаторов;
- по крайней мере один конденсатор.

Вариант 14

Задача 14.1. В урне 10 лотерейных билетов, из которых 4 выигрышных. Из урны наугад извлекаются 2 билета. Сколькими способами можно извлечь хотя бы один выигрышный билет?

Задача 14.2. Производят три независимых измерения некоторой физической величины. Описать следующие события:

- {ПРИ ОДНОМ ИЗМЕРЕНИИ БЫЛА ДОПУЩЕНА ОШИБКА, ПРЕВЫШАЮЩАЯ ЗАДАННУЮ ТОЧНОСТЬ}
- {НЕ БОЛЕЕ, ЧЕМ В ОДНОМ ИЗМЕРЕНИИ ДОПУЩЕНА ОШИБКА}

Задача 14.3. Телефонный номер состоит из 6 цифр. Найти вероятность того, что среди них две цифры одинаковые.

Задача 14.4. В круг вписан правильный треугольник. Зная, что попадание точки в круг достоверно и что вероятность попадания точки в какую-либо часть круга пропорциональна ее площади, найти вероятность попадания точки в треугольник.

Задача 14.5. На обувной фабрике в отдельных цехах производят подметки, каблуки и верхи башмаков. Дефектными оказываются 0.5% каблуков, 2% подметок и 4% верхов. Изделия случайно комбинируются в пошивочном цехе. Найти вероятность того. что изготовленная пара обуви будет иметь дефект.

Задача 14.6. Для данного баскетболиста вероятность забросить мяч в корзину при броске равна 0.4. Произведено 10 бросков. Найти наиболее вероятное число попаданий и соответствующую вероятность.

Задача 14.7. С первого автомата на сборку поступает 40%, со второго — 35%, с третьего — 25% деталей. Среди деталей первого автомата 0.2% бракованных; второго автомата — 0.3%, третьего — 0.5%. Найти вероятность того, что деталь, оказавшаяся бракованной, изготовлена на втором автомате.

Задача 14.8. Игра в «Спортлото 6 из 45». Составить закон распределения числа правильно угаданных чисел.

Задача 14.9. Случайная величина X — расстояние от точки попадания до центра мишени распределена по закону Релея, для которого функция распределения имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - \exp(\frac{-x^2}{2 \cdot \sigma^2}), & x \geqslant 0 \end{cases}.$$

Найти плотность распределения.

Задача 14.10. Случайная величина задана плотностью распределения:

$$f\left(x\right) = \frac{1}{2} \cos\left(x\right), x \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right],$$

вне этого промежутка $f(x) = 0$.

Найти математическое ожидание и дисперсию функции $Y = sin(X)$.

Задача 14.11. Время ожидания у бензоколонки является случайной величиной X, распределенной по показательному закону со средним временем ожидания 15 минут. Найти вероятность события А = {5 мин <Х < 7.5 мин.}. Найти функцию распределения и плотность распределения.

Вариант 15

Задача 15.1. Сколько чисел больше миллиона можно составить из цифр 2, 3, 0, 5, 4, 1, 8?

Задача 15.2. В поле наблюдения микроскопа находятся три клетки. За время наблюдения каждая из них может как разделиться, так и не разделиться. Пусть событие A — разделилась первая клетка, B— разделилась вторая клетка, C— третья клетка. Описать пространство элементарных событий и события:

- произошло по крайней мере два события;
- произошло меньше двух событий;
- произошло по крайней мере одно событие.

Задача 15.3. В урне находятся 6 шаров, из них 2 белых и 4 черных. Последовательно извлекают 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми, если выбор производят

- с возвращением;
- без возвращения.

Задача 15.4. В точке C, положение которой на телефонной линии AB длины L равновозможно, произошел разрыв. Определить вероятность того, что точка разрыва удалена от начала линии на расстоянии не меньшем l.

Задача 15.5. Найти вероятность того, что при залпе четырех стрелков, имеющих вероятности попадания соответственно 0.9, 0.8, 0.7, 0.6 будет три попадания.

Задача 15.6. В цехе имеется три резервных мотора, работающих независимо друг от друга. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0.2. Найти вероятность того, что в данный момент включен хотя бы один мотор.

Задача 15.7. По воздушной цели производится стрельба из двух различных ракетных установок. Вероятность поражения цели первой установкой — 0.85; второй — 0.9; а вероятность поражения цели двумя установками равна 0.99. Известно, что первая установка срабатывает с вероятностью 0.8, вторая — 0.7. Цель поражена. Найти вероятность того, что цель была поражена обеими установками.

Задача 15.8. Испытываются на надежность два прибора.

Вероятность отказа одного прибора равна 0.3. Составить таблицу распределения случайной величины — числа отказавших приборов. Найти функцию распределения и построить ее график.

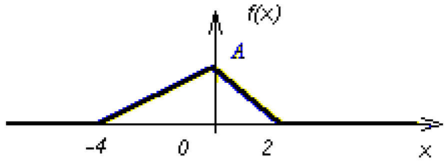
Задача 15.9. Даны функции

$$F_1 = \begin{cases} 0, \ x \leqslant \frac{7}{3} \\ 0.64x - 1.4, \ \frac{7}{3} < x \leqslant 4 \\ 1, \ x > 4 \end{cases} \quad F_2 = \begin{cases} 0, \ x \leqslant 2 \\ 0.6x - 1, \ 2 < x \leqslant 4 \\ 1, \ x > 4 \end{cases}$$

$$F_3 = \begin{cases} 0, \ x \leqslant 0 \\ x - 0.5, \ 0 < x \leqslant 1.5 \\ 1, \ x > 1.5 \end{cases}$$

Какие из них могут быть функциями распределения некоторой случайной величины. В случае утвердительного ответа найти вероятность того, что соответствующая случайная величина принимает значение на отрезке [0, 3].

Задача 15.10. Случайная величина имеет плотность распределения, приведенную на графике:



Найти A, плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию.

Задача 15.11. Найти вероятность того, что среди трехсот изделий окажется более пяти бракованных, если в среднем бракованные изделия составляют 1%.

Вариант 16

Задача 16.1. Решить уравнение:

$$C_{x+3}^{x+1} = C_{x+1}^{x-1} + C_{x+1}^{x} + C_{x}^{x-2}$$

Задача 16.2. Производится три удара в футбольные ворота. Описать пространство элементарных событий и события:

- не меньше двух попаданий;
- меньше двух попаданий;
- только два попадания;
- по крайней мере два попадания;

Задача 16.3. Телефонный номер состоит из 6 цифр. Найти вероятность того, что все цифры различные.

Задача 16.4. Начерчены 5 концентрических окружностей радиуса $k \cdot R$ $(k = 1, 2, 3, 4, 5)$.
Круг радиуса R и два кольца с внешними радиусами $3R$ и $5R$ заштрихованы. В круге радиуса $5R$ наудачу выбрана точка. Определить вероятность ее попадания в заштрихованную область.

Задача 16.5. В урне 5 шаров с номерами от 1 до 5. Наудачу по одному извлекают 3 шара без возвращения. Найти вероятность того, что последовательно появятся шары с номерами 1, 4, 5.

Задача 16.6. Прибор состоит из пяти независимо работающих элемента. Вероятность отказа элемента в момент включения равна 0.2.
Найти:

- наиболее вероятное число отказавших элементов;
- вероятность наиболее вероятного числа отказавших элементов;
- вероятность отказа прибора, если для этого достаточно отказа хотя бы четырех элементов.

Задача 16.7. В ящике лежат 20 теннисных мячей, в том числе 15 новых и 5 использованных. Для игры наудачу выбираются два мяча и после игры возвращаются обратно. Для второй игры также наугад берутся два мяча. Найти вероятность того, что все мячи, взятые для второй игры новые.

Задача 16.8. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартное, равна 0.9. Для проверки взято 3 изделия. Найти закон распределения числа стандартных деталей в выборке; функцию распределения и построить ее график.

Задача 16.9. Случайная величина задана плотностью распределения:

$$f(x) = \frac{A}{x^2+1}, \qquad (-\infty < x < +\infty).$$

Найти:

- параметр A;
- функцию распределения;
- построить графики функции распределения и плотности.
- найти $P\{-1 < x < 1\}$;

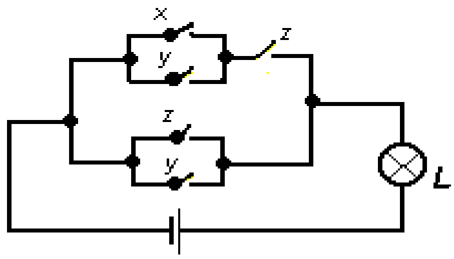
Задача 16.10. Производится 4 выстрела по мишени с вероятностью попадания 0.2. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение числа попаданий.

Задача 16.11. Время t телефонного разговора — случайная величина, распределенная по показательному закону с параметром $\lambda = 0.4$ мин.$^{-1}$. Найти вероятность того, что разговор будет продолжаться более трех минут. Записать плотность и функцию распределения. Найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 17

Задача 17.1. Сколькими способами можно выставить дозор из трех солдат и одного офицера, если есть 80 солдат и 3 офицера?

Задача 17.2. Упростить схему, где x, y, z — замыкающие контакты.



Задача 17.3. У сборщика 12 деталей, мало отличающихся друг от друга. Из них 5 — одного вида, 4 — второго вида, 3 — третьего вида. Какова вероятность того, что среди шести взятых наугад деталей окажется 3 — первого вида, 2 — второго вида и 1 — третьего вида.

Задача 17.4. В сигнализатор поступают сигналы от двух устройств. Причем поступление каждого из сигналов равновозможно в течение часа. Сигнализатор срабатывает, если разность между моментами поступления сигналов меньше 20 минут. Найти вероятность того, что сигнализатор сработает в течение часа, если каждое из устройств пошлет по одному сигналу.

Задача 17.5. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0.7. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания. Найти вероятность того, что будет сделано не более трех выстрелов.

Задача 17.6. Вероятность нарушения работы кинескопа телевизора во время гарантийного срока равна 0.3. Найти вероятность того, что из 20 наблюдаемых телевизоров гарантийный срок выдерживает 15 телевизоров.

Задача 17.7. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0.8; 7 — с вероятностью 0.7, 4 — с вероятностью 0.6, 2 — с вероятностью 0.5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. Какова вероятность того, что это был стрелок из второй группы?

Задача 17.8. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0.1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте; найти $P(x \geqslant 2)$; функцию распределения и построить ее график.

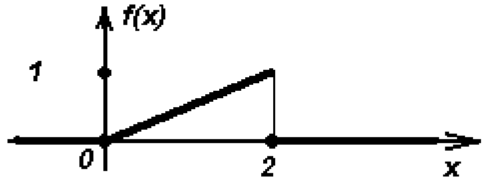
Задача 17.9. Плотность распределения случайной величины имеет вид:

$$f(x) = \frac{2A}{e^x + e^{-x}}, \qquad -\infty < x < +\infty$$

Найти:

- коэффициент A;
- функцию распределения;
- $P(0 < x < 2)$;
- вероятность того, что случайная величина примет значение не меньше единицы.

Задача 17.10. Случайная величина имеет плотность распределения следующего вида :



Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины.

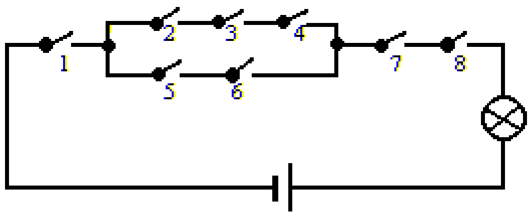
Задача 17.11. При стрельбе по цели, находящейся на расстоянии $a = 3300$ метров, координаты точки попадания представляют собой нормально распределенную случайную величину со средне квадратичным отклонением, равным 24.2 м. Найти плотность распределения, математическое ожидание, дисперсию и вероятность того, что координаты точки попадания окажутся в отрезке [3310, 3500].

Вариант 18

Задача 18.1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} A_x^y = 9A_x^{y-1} \\ 2C_x^y = 3C_x^{y-1} \end{cases}$$

Задача 18.2. Составлена схема:



События:A_i ={$i-$й контакт замкнут}. Записать событие C ={цепь замкнута}.

Задача 18.3. Пять шариков случайным образом разбрасываются по пяти лункам независимо друг от друга. В лунку может попасть любое число шаров. Найти вероятность того, что в каждой лунке будет по одному шарику.

Задача 18.4. Стержень длиной 200 мм наудачу ломается на три части. Найти вероятность того, что часть стержня между точками излома будет не более 10 мм.

Задача 18.5. Вероятность попадания в мишень стрелком при одном выстреле равна 0.8. Сколько выстрелов должен произвести стрелок, чтобы с вероятностью более 0.4 можно было ожидать, что не будет ни одного промаха?

Задача 18.6. Отдел технического контроля проверяет изделия. В среднем 96% изделий отвечает стандарту. Нестандартные подлежат регулировке. Проверяется 500 изделий из партии. Если среди них окажется 25 и более нестандартных, то вся партия возвращается на доработку. Найти вероятность того, что партия будет принята.

Задача 18.7. Два из трех независимо работающих элемента ЭВМ отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятности отказа элементов равны соответственно 0.2, 0.4 и 0.3.

Задача 18.8. Из 12 изделий, среди которых 4 бракованных, случайным образом выбраны два изделия для проверки. Найти закон распределения числа бракованных изделий в выборке, функцию распределения и построить ее график.

Задача 18.9. Случайная величина задана плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & |x| > 2 \\ C(4 - x^2) & |x| \leqslant 2 \end{cases}$$

Построить ее график. Найти параметр C, функцию распределения и вероятность попадания случайной величины на отрезок [-1, 1].

Задача 18.10. Случайная величина X принимает два значения, причем $x_1 < x_2$. Найти закон распределения случайной величины, если

$$P(X = x_1) = 0.3;\ \ M[X] = 4.7;\ D[X] = 0.21.$$

Задача 18.11. Маршрутное такси ходит строго по расписанию с интервалом 5 минут. К остановке подошел пассажир. Время ожидания такси есть равномерно распределенная случайная величина. Записать ее плотность и функцию распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение и вероятность того, что пассажир будет ожидать такси менее одной минуты.

Вариант 19

Задача 19.1. Решить уравнение

$$C_x^{x-2} + 2x = 9$$

Задача 19.2. Орудие, имея 4 снаряда, ведет стрельбу по цели до первого попадания. Описать пространство элементарных событий и события:

- {Попадание при втором или третьем выстреле};
- {Израсходованы все снаряды};
- {Проведено не более трех выстрелов}.

Задача 19.3. Устройство состоит из 5 элементов, из которых 2 элемента изношены. При включении устройства случайным образом включаются 2 элемента. Найти вероятность того, что включенными окажутся:

- Неизношенные элементы;
- Изношенные элементы.

Задача 19.4. На отрезке длиной l наудачу ставят две точки. Найти вероятность того, что из трех получившихся отрезков можно построить треугольник.

Задача 19.5. В продукции завода брак составляет 5% . Для контроля отобрано 20 деталей. Какова вероятность того, что хотя бы одна деталь из них бракованная?

Задача 19.6. Игральную кость бросают 80 раз. Найти с вероятностью 0.9973 границы, в которых будет заключено число m выпадений шестерки.

Задача 19.7. В тире имеется 6 ружей, вероятности попаданий из которых равны соответственно $0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.8; 0.9$. Из наугад взятого ружья делается один выстрел. Стреляющий промахнулся. Определить вероятность того, что было взято четвертое ружьё.

Задача 19.8. В урне 6 белых и 20 черных шаров. Вынули 6 шаров. Найти ряд распределения и функцию распределения числа вынутых белых шаров.

Задача 19.9. Плотность вероятности случайной величины равна

$$f(x) = a \cdot x^2 e^{-2x}, \quad 0 \leqslant x < \infty.$$

Найти параметр a, функцию распределения $F(x)$.

Задача 19.10. Найти закон распределения случайной величины X , принимающей значения $x_1,\ x_2$ с вероятностями 0.4 и p, если $M[x] = 3.2;\ D[x] = 0.96.\ x_{1<}x_2$.

Задача 19.11. Случайная величина задана интегральной функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ \frac{x}{3}, & -1 \leqslant x \leqslant 2 \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти плотность распределения, математическое ожидание, дисперсию и $P(0 < X < 1)$.

Вариант 20

Задача 20.1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{A_x^{y-3}}{A_x^{y-2}} = \frac{1}{8} \\ \frac{C_x^{y-3}}{C_x^{y-2}} = \frac{5}{8} \end{cases}$$

Задача 20.2. Бросают две кости. Событие A — сумма выпавших очков нечетная; B — хотя бы на одной из костей выпала единица. Описать события: $AB, A+B, \overline{AB}$. Изобразить их на диаграмме Эйлера–Венна.

Задача 20.3. На тепловой электростанции работает 15 сменных инженеров, из них 4 женщины. В смене занято 4 человека. Найти вероятность того, что в случайно выбранную смену войдут не менее двух мужчин.

Задача 20.4. Палуба корабля и надстройка имеет размеры $(300 \times 15) m^2$ и $(5 \times 5) m^2$. Найти вероятность поражения надстройки авиабомбой, если кроме прямого попадания надстройка поражается и при попадании бомбы на расстоянии 5 метров от нее.

Задача 20.5. Три стрелка поочередно ведут стрельбу по одной и той же мишени до первого попадания. Каждый стрелок имеет 2 патрона. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0.2, для второго — 0.3, для третьего – 0.4. Найти вероятность того, что все три стрелка используют все патроны.

Задача 20.6. Вероятность попадания по движущейся мишени равна 0.7. Какова вероятность того, что из 20 выстрелов 15 окажется удачными?

Задача 20.7. Три охотника выстрелили по одному лосю, который был убит одной пулей. Найти вероятность того, что лось был убит третьим охотником, если вероятность попадания для охотников равна соответственно 0.2, 0.4, 0.6.

Задача 20.8. Наладчик в течение смены обслуживает два станка. Вероятность того, что первый станок в течение смены потребует внимания, равна 0.3; второй — 0.4. Найти закон распределения, построить функцию распределения для случайной величины — числа станков, которые потребуют внимания рабочего в течение смены.

Задача 20.9. Дана плотность распределения случайной величины:

$$f(x) = \begin{cases} A \cdot e^{-x}, & x \geqslant 0 \\ A \cdot e^{x}, & x < 0 \end{cases}$$

Найти параметр A, функцию распределения и построить графики $F(x)$, $f(x)$.

Задача 20.10. На каждые 20 приборов в среднем приходится 6 неточных. Составить ряд распределения числа точных приборов среди наудачу выбранных 5 приборов. Определить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

Задача 20.11. Аппаратура содержит 3000 одинаково надежных элементов, вероятность отказа которых равна 0.001. Какова вероятность отказа аппаратуры, если он наступает при отказе хотя бы одного элемента?